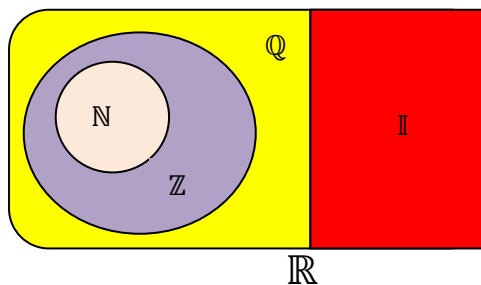


El Conjunto de los números reales (ℝ) está formado por el conjunto de los números racionales (ℚ) y el de los irracionales (ℐ). En símbolos: $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$

Gráficamente:



Expresiones Decimales

El Conjunto \mathbb{Q} de los números racionales está formado por todos aquellos números que pueden expresarse en forma de fracción, es decir son de la forma $\frac{a}{b}$, donde a y b son números enteros, con $b \neq 0$.

Los números racionales pueden expresarse como fracciones, o bien por su desarrollo decimal. Para hallar la expresión decimal de una fracción se divide el numerador por el denominador.

- ⇒ Si al efectuar la división en algún paso se obtiene resto cero, **la expresión decimal es exacta o finita.**
- ⇒ Si al efectuar la división no se obtiene resto cero, entonces una o algunas cifras se repiten indefinidamente después de la coma, **la expresión decimal es periódica.**
- ⇒ **Todo número racional tiene una expresión decimal finito o periódico.**

A) Expresiones Decimales Finitas

A cada expresión decimal finita o exacta corresponde una fracción que tiene por denominador una potencia de 10.

$$Ej. 1) \quad 7,4 = 7 + 0,4 = 7 + \frac{4}{10} = 7 \frac{4}{10} = \frac{74}{10}$$

$$Ej. 2) \quad 25,08 = 25 + 0,08 = 25 + \frac{8}{100} = \frac{2508}{100}$$

$$Ej. 3) \quad 3,485 = 3 + 0,485 = 3 + \frac{485}{1000} = \frac{3485}{1000}$$

A las fracciones que tienen por denominador una potencia de 10 corresponden a expresiones decimales finitas.

$$\frac{1}{10} = 0,1 \quad \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2} = 0,01 \quad \frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3} = 0,001$$

En general $\frac{1}{10^n} = \underbrace{0,000 \dots \dots 01}_{n \text{ lugares}}$

¿Cómo reconocer las fracciones decimales?

Una fracción irreducible es decimal si su denominador tiene solamente los factores primos 2 y/o 5.

Ej. 1) $\frac{14}{25}$ es irreducible y el denominador se descompone $\frac{14}{5^2}$ es fracción decimal.

Ej. 2) $\frac{9}{60} = \frac{3}{20}$ es irreducible y el denominador es $\frac{3}{2^2 \cdot 5}$ es una fracción decimal.

Ej. 3) $\frac{13}{6} =$ es irreducible y el denominador es $\frac{13}{2.3}$ no es fracción decimal.

B) Expresiones Decimales Periódicas

Cuando el cociente entre numerador y denominador no tiene resto igual a cero, la expresión decimal es periódica. El período es el número o bloque de números que se repiten. Las expresiones decimales periódicas pueden ser **puras**, si **todas las cifras decimales componen el período**; o **mixtas**, si hay **una parte decimal no periódica delante del período** ubicada inmediatamente después de la coma decimal.

Expresiones Decimales Periódicas	
Puras	Mixtas
Todas las cifras decimales componen el período Ej. $3,123123123123\dots = 3,1\overline{23}$ $0,333333333333\dots = 0,\overline{3}$	Hay una parte decimal no periódica delante del período Ej. $0,735151515151\dots = 0,73\overline{51}$ Ej. $0,201888888888\dots = 0,201\overline{8}$

Conversión de una expresión decimal periódica pura a fracción

$4,\overline{76} = \frac{476 - 4}{99} \rightarrow$ Colocamos en el numerador todas las cifras del número, como si no tuviera coma, menos su parte entera, y en el denominador tantos nueves como cifras tenga el período.
 $= \frac{472}{99} \rightarrow$ Restamos y luego, si es posible, simplificamos.

Conversión de una expresión decimal periódica mixta a fracción

$6,4\overline{25} = \frac{6425 - 64}{990} \rightarrow$ Colocamos en el numerador todas las cifras del número, sin la coma, menos la parte entera seguida de la parte decimal no periódica (también denominada anteperíodo); y en el denominador tantos nueves como cifras tenga el período seguidos de tantos ceros como cifras tenga la parte decimal no periódica.
 $= \frac{6361}{990} \rightarrow$ Restamos y luego, si es posible, simplificamos.

TRABAJO PRÁCTICO N°1

1) Escribir la fracción irreducible correspondiente a:

- a) 0,5 = b) 0,8 = c) 0,25 = d) 0,04 = e) 0,15 =
 f) 0,35 = g) 0,256 = h) 0,725 = i) 0,0625 = j) 0,0016 =

✓ Descomponer los denominadores en factores primos, y saca conclusiones.

2) Identificar las fracciones decimales sin hallar la expresión decimal.

$\frac{5}{3}$ $\frac{8}{5}$ $\frac{27}{20}$ $\frac{11}{15}$ $\frac{15}{7}$ $\frac{17}{75}$ $\frac{9}{80}$

3) Expresar como fracción los siguientes números decimales.

a) $0,18\hat{5} =$
 b) $5,0\hat{9} =$
 c) $0,4\hat{1} =$
 d) $3,2\hat{1} =$

e) $7,4\hat{9} =$
 f) $1,0\hat{5}4 =$
 g) $-0,7\hat{2} =$
 h) $1,1\hat{6} =$

i) $2,0\hat{3} =$
 j) $3,0\hat{9} =$
 k) $1,2\hat{1} =$
 l) $-3,2\hat{1} =$

Observen los casos anteriores en los que el período es 9. ¿Qué conclusiones pueden sacar?

4) Resolver

a) $\sqrt[3]{\frac{1}{4}} : (-2) + 0,4 : \left(\frac{1}{3} - 1\right)^{-3} =$

f) $\frac{0,5 : \sqrt[3]{-\frac{8}{27} + 1,2}}{0,3^3 \cdot 0,3^{-5}} =$

j) $\left(-\frac{1}{3} + 1,5 \cdot 0,5\right)^2 -$

b) $\frac{(0,25 - 0,5)^2}{(-1)^7 \cdot 0,4^{-2}} : \sqrt{0,0025} +$
 $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-1} =$

g) $\frac{\sqrt{2,4 \cdot \frac{3,5}{8,8}}}{\left(\frac{0,1 - 3,7}{11}\right)^{-1}} + 1 : 3,3\hat{3} =$

k) $(-1)^{-1} - \frac{1}{3} : \sqrt[3]{-0,008} =$

c) $\sqrt{\frac{0,05 + 1,16 - 0,3 \cdot 0,8}{1,3}} =$

h) $-0,4 : \sqrt{0,4} + \frac{1,08}{(\sqrt{2,7})^{-2} \cdot 5} -$
 $0,4\hat{6} =$

l) $(1 - 0,2)^2 : 0,0\hat{7} - 7,2\hat{1} =$

d) $\frac{\sqrt{0,003 \cdot 0,3}}{0,2} - 0,1\hat{9} \cdot (0,4)^{-1} =$

i) $(\sqrt{0,81} + \sqrt[3]{0,027})^{-1} : 1,1\hat{6} =$

m) $(0,1\hat{6} \cdot \frac{6}{5})^2 + 0,70\hat{6} =$

e) $\frac{2,5 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{5}{3} - 1}{(0,3 - \frac{1}{4})^{7,5}} =$

n) $(0,1\hat{3} + 0,4\hat{6})^2 - 0,00\hat{8} =$

Radicación.

Raíz n-ésima de un número

Definición:

Dado un número real **a** y un entero positivo **n**, se llama raíz **n-ésima** de **a**, a otro número real **b**, tal que, **b** elevado a **n** es igual a **a**.

En símbolos: $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a \quad (n > 0)$

Casos particulares:

- Si *n* es par y $a \geq 0 \Rightarrow \sqrt[n]{a} = b$ y $b \geq 0$
- Si *n* es par y $a < 0 \Rightarrow \sqrt[n]{a} = \nexists$ en \mathcal{R}
- Si *n* es impar y $a \in \mathcal{R} \Rightarrow \sqrt[n]{a} = b$ y $b \in \mathcal{R}$

Propiedades de la Radicación

Lenguaje Formal	Ejemplos
<p>1) Distributiva en multiplicación y división</p> $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b} \quad \text{con } a, b > 0 \quad n \in \mathbb{N}$ $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$	<p>1) $\sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{5}$ $\sqrt[3]{\frac{64}{8}} = \frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{4}{2}$</p>
<p>2) Raíz de raíz</p> $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$	<p>2) $\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[6]{64} = 2$</p>
<p>3) Simplificación de radicales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Si <i>n</i> es par $\Rightarrow \sqrt[n]{a^n} = a$ • Si <i>n</i> es impar $\Rightarrow \sqrt[n]{a^n} = a$ 	<p>3) Si <i>n</i> es par $\sqrt[6]{2^6} = 2 = 2$ $\sqrt[6]{(-2)^6} = 2 = 2$ Si <i>n</i> es impar $\sqrt[3]{5^3} = 5$ $\sqrt[3]{(-5)^3} = -5$</p>

TRABAJO PRÁCTICO N°2

1) Aplicar propiedades y unir los números iguales.

$4\sqrt{3^2}$	d) $5\sqrt{3^{10}}$	g) $\sqrt[3]{2^6}$	$\sqrt{8}$	8	
b) $\sqrt[6]{2^2}$	e) $\sqrt[4]{2^6}$	h) $\sqrt[3]{2^{21}}$	$\sqrt[3]{4}$	$\sqrt[3]{2}$	4
$\sqrt{2^4}$	f) $\sqrt[6]{3^{18}}$	i) $\sqrt[12]{3^4}$	9	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$
		j) $\sqrt[10]{2^5}$	27	$\sqrt[3]{3}$	3

2) Resolver aplicando propiedades.

- | | | |
|---|---------------------------------------|--|
| a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} =$ | d) $\sqrt{\sqrt{8}} \cdot \sqrt{8} =$ | g) $\sqrt{\sqrt[3]{4}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{16}} =$ |
| b) $\sqrt{162} : \sqrt{2} =$ | e) $\sqrt[4]{5^2} \cdot \sqrt{5} =$ | h) $\sqrt{\sqrt{3}} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[8]{9^2} =$ |
| c) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{18} =$ | f) $\sqrt[6]{18^3} : \sqrt{2^2} =$ | |

NOTACIÓN CIENTÍFICA

Analizamos estos datos:

Volumen del Sol = 14.000.000.000.000.000.000.000.000 m³ = $1,4 \cdot 10^{28}$ m³

Diámetro del sol = 1.360.000 km = $1,36 \cdot 10^6$ km

Distancia a la tierra = 150.000.000 km = $1,5 \cdot 10^8$ km

Peso de una molécula de H = 0,00000000000000000000000000234g = $2,34 \cdot 10^{-25}$ g

Tamaño del virus de la gripe = 0,0001 m = $1 \cdot 10^{-4}$ m

Un número de muchas cifras puede escribirse en forma abreviada, mediante el uso de potencias de 10, utilizando la llamada **notación científica**.

Un número está representado en notación científica cuando se expresa como el producto de un número comprendido entre 1 y 10, por una potencia de 10.

Los **exponentes positivos** se usan para escribir números muy grandes, y los **exponentes negativos** se utilizan para escribir números muy pequeños.

¿Cómo pasamos un número de Notación decimal a Notación Científica?

- Primero se escribe el primer dígito distinto de cero, seguidamente se coloca la coma y luego, el resto de los dígitos significativos que componen el número (o sea, distintos de cero).
- Luego lo multiplicamos por 10 elevado a la potencia que representa la cantidad de lugares que se corrió la coma.
- Para determinar el signo del exponente, tenemos en cuenta la siguiente regla: Si el número original es mayor que uno, el exponente queda positivo. Si es menor que uno, el exponente queda negativo.

Ej. Pasar a N.C. el número 18200

1) $\Rightarrow 1,82$

- 2) $\Rightarrow 1,82 \cdot 10^4$
 3) $\Rightarrow 18200 > 1 \Rightarrow$ exponente positivo

Ej. Pasar a N.C. el número 0,0000564

- 1) $\Rightarrow 5,64$
 2) $\Rightarrow 5,64 \cdot 10^{-5}$
 3) $\Rightarrow 0,0000564 < 1 \Rightarrow$ exponente negativo
 4)

¿Cómo se pasa un número de Notación Científica a Notación Decimal?

CORRIENDO LA COMA DE LUGAR Y LA POTENCIA DE 10 DESAPARECE

- Si el exponente es negativo, corro la coma para la izquierda la cantidad de lugares que dice el exponente.
- Si el exponente es positivo, corro la coma para la derecha la cantidad de lugares que dice el exponente.

Ej. Notación Científica	Notación Decimal
$1,21445 \cdot 10^4$	12.144,5
$7,95 \cdot 10^2$	795
$1,21 \cdot 10^5$	121.000
$3 \cdot 10^5$	300.000
$4,47 \cdot 10^{-5}$	0,0000447

TRABAJO PRÁCTICO N° 3

1) Escribir los siguientes números en N.C.

i. 19.000	viii. 0,00021	xv. Ciento cuarenta y seis mil millones
ii. 0,00021	ix. Cien mil millones	xvi. 0,0000006544332
iii. 20.000.000	x. 420512400	xvii. 0,000223567785
iv. 0,00005	xi. 14.250.000.000	xviii. 0,41
v. 0,02	xii. 0,00000000000000000315	xix. 120
vi. 1543,5	xiii. 0,000000000000021554	
vii. Doscientos millones	xiv. 43.000.000	

2) Escribir los siguientes números en Notación Decimal

i. $5,64 \cdot 10^4$	vii. $8,83 \cdot 10^9$	xiii. $1,62 \cdot 10^{-3}$
ii. $3,1 \cdot 10^{-3}$	viii. $1,36 \cdot 10^{-11}$	xiv. $5,512 \cdot 10^3, 9,35 \cdot 10^{-2}$
iii. $6,16 \cdot 10^3$	ix. $9 \cdot 10^2$	xv. $4,6 \cdot 10^{-7}$
iv. $9,102 \cdot 10^5$	x. $7,5 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^7$	xvi. $6,11 \cdot 10^2$
v. $7,163 \cdot 10^6$	xi. $7,21 \cdot 10^{-4}$	xvii. $5,5512 \cdot 10^5$
vi. $2,24 \cdot 10^{-1}$	xii. $6,465541 \cdot 10^5$	xviii. $1,12 \cdot 10^{-4}$

3) Pasar los números a N.C. y luego resolver los cálculos

a) $1.200.000 \times 450.000 =$	g) $\frac{15.000 \times 40.000}{0,00000006} =$
b) $(0,000000034 \times 0,00001)^2 =$	

c) $25.000.000 \times 13.000 : 5.000.000 =$	h) $\frac{0,0002 \times 0,00008}{1.000.000} =$
d) $\frac{0,0008 \times 12.000}{0,0007} =$	i) $23.000.000^2 =$
e) $\frac{0,1 \times 0,003}{1000} =$	j) $\sqrt{80.000.000.000 \times 0,0000000002} =$
f) $\frac{0,0000001 \times 2.000}{0,0000004} =$	k) $\sqrt{(8.000.000)^2 \times (0,0002)^4} =$
	l) $(700.000)^3 : (3,5 \cdot 10^7)^2 =$

APROXIMACIÓN Y TRUNCAMIENTO. ERROR

Las cifras de una expresión decimal se pueden acortar por razones prácticas, a la cifra de los décimos, centésimos, milésimos, etc. Un número puede ser aproximado por **TRUNCAMIENTO** o por **REDONDEO**.

- **TRUNCAR** es cortar el número en una determinada cifra decimal y eliminar las restantes.
- Para **REDONDEAR** un número decimal, debemos tener en cuenta lo siguiente:
 - Si la primera cifra para eliminar es menor que 5, se suprimen todas las cifras a partir de ella (defecto).
 - Si la primera cifra para eliminar es mayor o igual que 5, sumamos 1 a la cifra anterior (exceso).

Ejemplos:

Aproximar a los décimos ($\epsilon < 0,1$)	Aproximar a los centésimos ($\epsilon < 0,01$)	Aproximar a los milésimos ($\epsilon < 0,001$)
a) $1,43 \cong 1,4$ b) $2,68 \cong 2,7$	a) $4,584 \cong 4,58$ b) $7,135 \cong 7,14$	a) $5,8062 \cong 5,806$ b) $8,0109 \cong 8,011$

Al realizar una aproximación, se obtiene un nuevo número decimal distinto al original, y se genera un **error**. El **error absoluto** (ϵ) es el módulo de la diferencia entre el número original y el nuevo valor.

Ejemplos de los errores absolutos cometidos en las aproximaciones anteriores:

a) $\epsilon = 1,43 - 1,4 = 0,03$ b) $\epsilon = 2,68 - 2,7 = 0,02$	a) $\epsilon = 4,584 - 4,58 = 0,004$ b) $\epsilon = 7,135 - 7,14 = 0,005$	a) $\epsilon = 5,8062 - 5,806 = 0,0002$ b) $\epsilon = 8,0109 - 8,011 = 0,0001$
--	--	--

TRABAJO PRÁCTICO N° 4

Aproximar los siguientes números racionales.

a) A los décimos ($\epsilon < 0,1$) $\rightarrow 2,7623 \cong$

d) A los décimos ($\epsilon < 0,1$) $\rightarrow \frac{2}{11} \cong$

b) A los centésimos ($\epsilon < 0,01$) $\rightarrow 8,2319 \cong$

e) A los milésimos ($\epsilon < 0,001$) $\rightarrow \frac{6}{13} \cong$

c) A los milésimos ($\epsilon < 0,001$) $\rightarrow 6,48972 \cong$

f) A los centésimos ($\epsilon < 0,01$) $\rightarrow \frac{5}{7} \cong$

Calcular el error absoluto de las siguientes aproximaciones.

a) $1,8257 \cong 1,83 \rightarrow \epsilon =$

d) $\frac{1}{16} \cong 0,06 \rightarrow \epsilon =$

b) $2,776 \cong 2,78 \rightarrow \epsilon =$

e) $\frac{3}{32} \cong 0,094 \rightarrow \epsilon =$

c) $5,999 \cong 6 \rightarrow \epsilon =$

f) $\frac{7}{125} \cong 0,1 \rightarrow \epsilon =$

Aproximar (A) y truncar (T) cada una de los siguientes expresiones decimales con $\epsilon < 0,01$.

a) $1,5732 \begin{cases} \rightarrow A \cong \\ \leftarrow T \cong \end{cases}$

b) $0,0871 \begin{cases} \rightarrow A \cong \\ \leftarrow T \cong \end{cases}$

c) $2,4106 \begin{cases} \rightarrow A \cong \\ \leftarrow T \cong \end{cases}$

d) $3,1594 \begin{cases} \rightarrow A \cong \\ \leftarrow T \cong \end{cases}$

Analizar y responder.

e) ¿En qué tipo de expresiones decimales aproximar y truncar es lo mismo?

f) ¿Y en qué tipo de expresiones se comete un mayor error truncando?